

Posibles preguntas teóricas (que aparecen también en los problemas)

1 Mezcla 1

1. Tenemos (os doy) la transformada de Fourier de $x(t)$

$$X(\omega) = \omega + 2j\frac{1}{\omega},$$

y os pido de calcular el integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j4t} dt = ?$$

2. Tenemos (os doy) la transformada de Fourier de $x(t)$

$$X(\omega) = \omega + 2j\frac{1}{\omega},$$

y os pido de calcular el integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t-1)e^{-j4t} dt = ?$$

3. Sea $x(t)$ la entrada de un sistema lineal tiempo invariante (LTI) con respuesta al impulso $h(t)$. La salida del sistema es $y(t) = t^2$. Calcule

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(2-\tau)d\tau = ?$$

4. Sea $x(t)$ la entrada de un sistema lineal tiempo invariante (LTI) con respuesta al impulso $h(t)$. La salida del sistema es $y(t) = t - 2$. Calcule

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(\sqrt{2}-\tau)d\tau = ?$$

5. Sea la TF de la entrada de un sistema LTI es $X(\omega) = \omega$. La TF la respuesta al impulso es $H(\omega) = \frac{1}{\omega^2}$. Encuentre $Y(\omega)$.

6. Sea la TF de la entrada de un sistema LTI es $X(\omega) = \omega$. La TF de la salida es $Y(\omega) = \frac{1}{\omega^2}$. Encuentre $H(\omega)$.
7. Derive the forma “intuitiva” la formula de los a_k de la Serie de Fourier de una señal periodica continua.
8. Dada una señal periodica, par, $x(t)$, y $a_4 = 2 + j5$, encuentre a_{-4} .
9. Dada una señal periodica, impar, $x(t)$, y $a_4 = 2 + j5$, encuentre a_{-4} .

2 Mezcla 2

1. Considere una señal $x(t)$ periódica. Existe la Trasformada de Fourier? que transformación existe?
2. Demuestre la propiedad de la convolución $x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$.
3. Demuestre la propiedad de la convolución $[x(t) * h_1(t)] * h_2(t) = x(t) * [h_1(t) * h_2(t)]$.
4. Describa las propiedades que tiene que cumplir $h(t)$ para que el sistema LTI sea estable.
5. Considere $h(t) = e^{-t}$; el sistema LTI es estable?
6. Considere $h(t) = u(t) - u(t - 4)$; el sistema LTI es estable?
7. Considere $h(t) = \delta(t) - \delta(t - 1)$; el sistema LTI es estable?
8. El sistema definido por la respuesta al impulso $h(t) = x(t)^2$ tiene memoria?
9. El sistema definido por la respuesta al impulso $h(t) = x(t)^2$ es lineal?
10. El sistema definido por la respuesta al impulso $h(t) = x(t)x(t - 1)$ es causal?
11. Explique porque $h(t)$ se llama “respuesta al impulso”.
12. Escriba la formula de la energía de una señal $x(t)$.
13. Considere una señal $x(t)$ periódica y real, con coeficientes de la serie de Fourier a_k . Demuestre que $a_k = a_{-k}^*$.
14. Considere una señal $x(t)$ periódica, con coeficientes de la serie de Fourier a_k . Demuestre que los coeficientes de la serie de Fourier de $x(t - \gamma)$ son $b_k = a_k e^{-jk\omega_0\gamma}$.
15. Considere una señal $x(t)$ con trasformada de Laplace $X(s)$ (bilatera). Demuestre que la transformada de $\frac{dx(t)}{dt}$ es $sX(s)$.

3 Periodicidad

1. Una señal del tipo $\cos(w_0t)$ o $\exp(jw_0t)$, es siempre periódica?
2. Una señal del tipo $\cos(w_1t) + \cos(w_2t)$ o $\exp(jw_1t) + \exp(jw_2t)$, es siempre periódica? que condiciones tiene que respetar?
3. Una señal del tipo $\cos(\Omega_0n)$ o $\exp(j\Omega_0n)$, es siempre periódica? que condiciones tiene que respetar?
4. Una señal del tipo $\cos(\Omega_1n) + \cos(\Omega_2n)$ o $\exp(j\Omega_1n) + \exp(j\Omega_2n)$, es siempre periódica? que condiciones tiene que respetar?
5. Considere un señal tiempo continuo $x(t)$ periódica con periodo T y coeficientes de la série de Fourier a_k . Los coeficientes a_k son periódicos? si lo son, con que periodo?
6. Considere un señal tiempo discreto $x[n]$ periódica con periodo N y coeficientes de la série de Fourier a_k . Los coeficientes a_k son periódicos? si lo son, con que periodo?
7. Considere la Transformada de Fourier $X(\omega)$ de $x(t)$. Es $X(\omega)$ periódica? si lo es, con que periodo?
8. Considere la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de $x[n]$. Es $X(\Omega)$ periódica? si lo es, con que periodo?

4 Sistemas LTI

1. Como se puede expresar la salida $y(t)$ o $y[n]$ de un sistema LTI (en tiempo continuo y discreto) en función de la entrada $x(t)$ o $x[n]$? cuantas formas existen (de un punto de vista matemático)?
2. Por que se estudian los sistemas LTI en un dominio “transformado” (diferente al dominio temporal; ω, s, z etc...)?
3. Considere la Transformada de Fourier $X(\omega)$ de la entrada y la Transformada de Fourier $Y(\omega)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Fourier $H(\omega)$ de la respuesta al impulso $h(t)$.
4. Considere la Transformada de Laplace $X(s)$ de la entrada y la Transformada de Laplace $Y(s)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Laplace $H(s)$ de la respuesta al impulso $h(t)$.
5. Considere la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de la entrada y la Transformada de Fourier $Y(\Omega)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Fourier $H(\Omega)$ de la respuesta al impulso $h[n]$.

6. Considere la Transformada Zeta $X(z)$ de la entrada y la Transformada Zeta $Y(z)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la Transformada de Laplace $H(s)$ de la respuesta al impulso $h[n]$.
7. Expresé la siguiente ecuación $y(t) = x(t) * h(t)$ o $y[n] = x[n] * h[n]$, en el dominio de la frecuencia.

5 Fourier

1. A que tipo de señales se aplican las Séries de Fourier (para señales en tiempo continuo y discreto)?
2. La série de Fourier de una señal $x[n]$ tiempo discreto tiene problemas de convergencia?
3. Las série de Fourier de una señal $x[n]$ tiempo discreto, es realmente una série?
4. A que tipo de señales se aplican las Transformadas de Fourier (para señales en tiempo continuo y discreto)?
5. Tienen problemas de convergencias las Transformadas de Fourier (para señales en tiempo continuo y discreto)? indique alguna condición de convergencia.
6. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de una constante (tiempo continuo y/o discreto)? explique su respuesta.
7. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de un escalón (tiempo continuo y/o discreto)? explique su respuesta.
8. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de una señal periódica (tiempo continuo y/o discreto)? explique su respuesta.
9. De un punto de vista estrictamente matemático, existe a Transformada de Fourier de $\sin(t)$ o $\cos(t)$? explique su respuesta.
10. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de $e^{-at}\sin(t)$ o $e^{-at}\cos(t)$ con $a \geq 0$ (tiempo continuo y/o discreto)? explique su respuesta.
11. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de $e^{-at}\sin(t)$ o $e^{-at}\cos(t)$ con $a \leq 0$? explique su respuesta.
12. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de $e^{-at}\sin(t)u(t)$ o $e^{-at}\cos(t)u(t)$ con $a \leq 0$? explique su respuesta.
13. De un punto de vista estrictamente matemático, existe la Transformada de Fourier de $e^{-at}\sin(t)u(t)$ o $e^{-at}\cos(t)u(t)$ con $a > 0$? explique su respuesta.

14. Que es la Transformada de Fourier Generalizada (tiempo continuo y/o discreto)? para que sirve? de un punto de vista estrictamente matemático, es algo riguroso? Describa la Transformada de Fourier Generalizada.
15. Considere un señal tiempo continuo $x(t)$ periódica con periodo T y coeficientes de la série de Fourier a_k . Los coeficientes a_k son periódicos? si lo son, con que periodo?
16. Considere un señal tiempo discreto $x[n]$ periódica con periodo N y coeficientes de la série de Fourier a_k . Los coeficientes a_k son periódicos? si lo son, con que periodo?
17. Considere una señal de longitud finita $x(t)$ y $x[n]$, con Transformada de Fourier $X(\omega)$ y $X(\Omega)$. Considere también una señal periódica $\tilde{x}(t)$ y $\tilde{x}[n]$ obtenidas replicando periodicamente $x(t)$ y $x[n]$ con periodo T y N . Encuentre (escriba una expresión) los a_k de $\tilde{x}(t)$ y de $\tilde{x}[n]$.
18. Considere la Transformada de Fourier $X(\omega)$ de $x(t)$. Es $X(\omega)$ periódica? si lo es, con que periodo?
19. Considere la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de $x[n]$. Es $X(\Omega)$ periódica? si lo es, con que periodo?
20. Considere la Transformada de Fourier $X(\omega)$ de la entrada y la Transformada de Fourier $Y(\omega)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Fourier $H(\omega)$ de la respuesta al impulso $h(t)$.
21. Considere la Transformada de Fourier $X(\Omega)$ de la entrada y la Transformada de Fourier $Y(\Omega)$ de la salida de un sistema LTI. Encuentre la la Transformada de Fourier $H(\Omega)$ de la respuesta al impulso $h[n]$.
22. Expresé la siguiente ecuación $y(t) = x(t) * h(t)$ en el dominio de la frecuencia.

6 Sampling/Muestro

1. Describa el Teorema de Nyquist (explique de que trata y para que sirve).
2. Describa que ocurre en frecuencia cuando se muestra a paso T una señal continua $x(t)$ obteniendo una señal $x[n] = x(nT)$,
 - considerando la transformada de Fourier $X(\omega)$ de $x(t)$,
 - primero describiendo $X_p(\omega)$,
 - y luego $X(\Omega) = X_p\left(\frac{\Omega}{T}\right)$.
3. Dada una señal $x[n]$ obtenida muestreando una señal $x(t)$ con periodo de muestro T , con Transf. de Fourier $X(\Omega)$, explique como es posible recuperar la señal continua $x(t)$ si el muestreo respeta el Teorema de Nyquist.

4. Dada una señal $x[n]$ obtenida muestreando una señal $x(t)$ con periodo de muestro T , con Transf. de Fourier $X(\Omega)$, si el muestreo respeta el Teorema de Nyquist cual es filtro en frecuencia que permite recuperar la señal continua $x(t)$? a que se corresponde esta operación en el dominio del tiempo?
5. Dada una señal $x[n]$ obtenida muestreando una señal $x(t)$ con periodo de muestro T (que respeta el Teorema de Nyquist), explique porque la operación de recuperar la señal continua $x(t)$ a través de un filtro rectangular paso-bajo se define “Interpolación ideal”? Explique primero la palabra “Interpolación” y luego porque se trata de algo “Ideal”.
6. Dada una señal $x[n]$ obtenida muestreando una señal $x(t)$ con periodo de muestro T (que respeta el Teorema de Nyquist), explique porque la operación de recuperar la señal continua $x(t)$ se suele llamar “Interpolación” y explique la diferencia entre “Interpolación ideal/óptima” y “Interpolación sub-óptima”.
7. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con paso de muestro $T = 0.1$ s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda $W = 20$ rad/s (es decir, $f \approx 3.18$ Hz). Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.
8. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con paso de muestro $T = 0.1$ s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda $W = 70$ rad/s (es decir, $f \approx 11.15$ Hz). Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.
9. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 150$ rad/s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda $W = 70$ rad/s (es decir, $f \approx 11.15$ Hz). Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.
10. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 100$ rad/s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda $W = 70$ rad/s (es decir, $f \approx 11.15$ Hz). Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.
11. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 100$ rad/s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda de $f = 5$ Hz. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.
12. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 60$ rad/s. La señal $x(t)$ tiene ancho de banda de $f = 5$ Hz. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.
13. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t) = \cos(20t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 60$ rad/s. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

14. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t) = \cos(35t)$ con frecuencia de muestreo $\omega_s = 60$ rad/s. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.
15. Una señal $x[n]$ es obtenida muestreando una señal $x(t) = \sin(8\pi t)$ con periodo de muestro $T = 0.1$ s. Dada la señal $x[n]$, es posible reconstruir perfectamente la señal en tiempo continuo $x(t)$? motive su respuesta.

6.1 Diezmado

1. Describa que ocurre en frecuencia cuando se aplica un diezmado de factor N a una secuencia $x[n]$ obteniendo $x_b[n] = x[nN]$.
2. Describa como se interpola (de forma ideal) una secuencia $x_b[n]$ de un factor N para obtener una secuencia interpolada $x_i[n]$ (describa que la operación en frecuencia, y a que equivale en el tiempo).

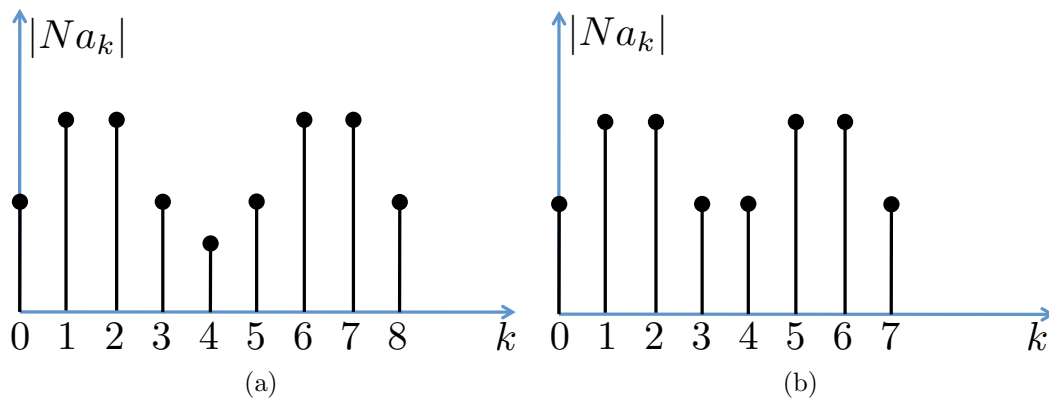
7 Laplace/Zeta

1. Explique porque se define la Transformada de Laplace y la Transformada de Zeta (dado que ya existe la Transformada de Fourier).
2. Explique que es (que representa, que significa) la región de convergencia de la Transformada de Laplace y/o la Transformada de Zeta.
3. Explique porque a veces se define y usa la Transformada de Laplace Unilateral y/o la Transformada de Zeta Unilateral.
4. Dada una señal $x(t)$ y $x[n]$, la correspondiente Transformada de Laplace $X(s)$ (Bilateral o Unilateral) y la correspondiente Transformada de Zeta $X(z)$ (Bilateral o Unilateral) están univocamente definidas?
5. Dada la Transformada de Laplace Bilateral $X(s)$ y/o la Transformada de Zeta Bilateral $X(z)$, sin ninguna información adicional, las señales $x(t)$ y/o $x[n]$ que generan estas transformadas de Laplace/Zeta Bilateral son univocamente definidas? es decir, hay solo una o existen varias posibles señales en el tiempo que transformadas dan la misma Transformada de Laplace/Zeta Bilateral?
6. Dada la Transformada de Laplace Unilateral $X(s)$ y/o la Transformada de Zeta Unilateral $X(z)$, sin ninguna información adicional, las señales $x(t)$ y/o $x[n]$ que generan estas transformadas de Laplace/Zeta Unilateral son univocamente definidas? es decir, hay solo una o existen varias posibles señales en el tiempo que transformadas dan la misma Transformada de Laplace/Zeta Unilateral?
7. Considere la señal $x(t) = \sin(t)u(t)$; existe su Transformada de Laplace? para que valores de σ habrá convergencia? ($s = \sigma + j\omega$).

8. Para hallar la región de convergencia de la Transf. de Laplace/Zeta que es relevante conocer los polos o los ceros?
9. Para estudiar la estabilidad de un sistema LTI que es relevante conocer los polos o los ceros de la Transf. de Laplace/Zeta $H(s)$ (o $H(z)$)?
10. Dada la Transf. de Laplace $X(s)$ con ROC $\{\sigma > -2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?
11. Dada la Transf. de Laplace $X(s)$ con ROC $\{\sigma < -2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?
12. Dada la Transf. de Laplace $X(s) = \frac{s-1}{s+2}$ con ROC $\{\sigma > -2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?
13. Dada la Transf. de Laplace $X(s) = \frac{s-1}{s+2}$ con ROC $\{\sigma < -2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?
14. Dada la Transf. Zeta $X(z)$ con ROC $\{r > 0.5\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?
15. Dada la Transf. Zeta $X(z)$ con ROC $\{r < 0.5\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?
16. Dada la Transf. Zeta $X(z) = \frac{z-1}{z+2}$ con ROC $\{r > 2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?
17. Dada la Transf. Zeta $X(z) = \frac{s-1}{s+2}$ con ROC $\{r < 2\}$? existe la Transf. de Fourier? si existe, como puede obtenerla?
18. Existe la Transformada de Laplace de $\cos(w_0 t)$ o $\sin(w_0 t)$? (es decir, la ROC esta vacia o no?)
19. Existe la Transformada de Laplace de $\cos(w_0 t)u(t)$ o $\sin(w_0 t)u(t)$? (es decir, la ROC esta vacia o no?)

8 Filtros tiempo discreto

1. Describa los filtros ARMA, AR, MA en el tiempo y en el dominio transformado Zeta (diga todos los nombres alternativos).



9 FFT y DFT en Matlab

1. Considere dos señales en tiempo discreto $x[n]$ de longitud $N = 7$ y $N = 8$. El modulo de la salida de la DFT (aproximada con la FFT en Matlab) de cada señal, es dado en las figuras abajo.

Interprete esta salida en el dominio de Ω y ω , sabiendo que las señales han sido obtenidas muestreando unas señales continuas con periodo de muestreo $T = 0.1$. (la longitud N de las señales podría no ser dada en el texto, por que?)

La SOLUCIÓN está en la otra pagina.

